

SISTEMAS DE ECUACIONES RESUELTOS POR EL MÉTODO GAUSS

Intenta resolver por el método de Gauss:

$$\text{a) } \begin{cases} x + y + z = -2 \\ x - 2y - z = 3 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x + y + z = -2 \\ x - 2y - z = 3 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x + z = 3 \\ 2x - y + 4z = 8 \\ x + y - z = 2 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} x + z = 3 \\ 2x - y + 4z = 8 \\ x + y - z = 1 \end{cases}$$

$$\text{a) } \begin{cases} x + y + z = -2 \\ x - 2y - z = 3 \\ 2x - y = 0 \end{cases} \begin{matrix} 1.^a \\ 2.^a + 1.^a \\ 3.^a \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} x + y + z = -2 \\ 2x - y = 1 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$$

Las ecuaciones 2.^a y 3.^a dicen cosas contradictorias (si $2x - y$ es igual a 1, no puede ser igual a 2). Por tanto, el sistema es incompatible.

$$\text{b) } \begin{cases} x + y + z = -2 \\ x - 2y - z = 3 \\ 2x - y = 1 \end{cases} \begin{matrix} 1.^a \\ 2.^a + 1.^a \\ 3.^a \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} x + y + z = -2 \\ 2x - y = 1 \\ 2x - y = 1 \end{cases} \begin{matrix} 1.^a \\ 2.^a \\ 3.^a - 2.^a \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} x + y + z = -2 \\ 2x - y = 1 \\ 0 = 0 \end{cases}$$

Solo quedan dos ecuaciones. Resolvemos el sistema obteniendo y , z en función de x :

$$(2.^a) \rightarrow y = 2x - 1$$

$$(1.^a) \rightarrow z = -2 - y - x = -2 - (2x - 1) - x = -2 - 2x + 1 - x = -3x - 1$$

$$\text{Soluciones: } \begin{cases} y = 2x - 1 \\ z = -3x - 1 \end{cases}$$

Para cada valor de x , se obtiene una solución del sistema. Por ejemplo:

$$\text{Para } x = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \\ z = -1 \end{cases} \quad \text{Para } x = -2 \rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -5 \\ z = 5 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x + z = 3 \\ 2x - y + 4z = 8 \\ x + y - z = 2 \end{cases} \begin{matrix} 1.^a \\ 2.^a + 3.^a \\ 3.^a \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} x + z = 3 \\ 3x + 3z = 10 \\ x + y - z = 2 \end{cases} \begin{matrix} 1.^a \\ 2.^a - 3 \cdot 1.^a \\ 3.^a \end{matrix}$$

$$\begin{cases} x + z = 3 \\ 0x + 0z = 1 \\ x + y - z = 2 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{La segunda ecuación es absurda. No} \\ \text{puede ser } 0 = 1. \\ \text{Por tanto, el sistema no tiene solución.} \end{array}$$

$$d) \begin{cases} x + z = 3 & 1.^a \\ 2x - y + 4z = 8 & 2.^a + 3.^a \\ x + y - z = 1 & 3.^a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + z = 3 & 1.^a \\ 3x + 3z = 9 & 2.^a - 3 \cdot 1.^a \\ x + y - z = 1 & 3.^a \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + z = 3 \\ 0x + 0z = 0 \\ x + y - z = 1 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{La segunda ecuación no dice nada. No} \\ \text{es una ecuación. Por tanto, solo quedan} \\ \text{dos ecuaciones, la } 1.^a \text{ y la } 3.^a. \end{array}$$

Resolvemos el sistema resultante dando los valores de x e y en función de z :

$$\begin{cases} x + z = 3 \rightarrow x = 3 - z \\ x + y - z = 1 \rightarrow y = 1 - x + z = 1 - (3 - z) + z = -2 + 2z \end{cases}$$

$$\text{Soluciones: } \begin{cases} x = 3 - z \\ y = -2 + 2z \end{cases}$$

Para cada valor que le demos a z , se obtiene una solución del sistema. Por ejemplo:

$$\text{Para } z = 0 \rightarrow x = 3, y = -2$$

$$\text{Para } z = 4 \rightarrow x = -1, y = 6$$

Resuelve por el método de Gauss:

$$a) \begin{cases} x + y + z = 2 \\ x - y + z = 6 \\ x - y - z = 0 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2x + 3y = 14 \\ x - 2y + z = -3 \\ 2x - y - z = 9 \end{cases}$$

$$a) \begin{cases} x + y + z = 2 \\ x - y + z = 6 \\ x - y - z = 0 \end{cases} \xrightarrow{\begin{matrix} 1.^a \\ 2.^a + 1.^a \\ 3.^a + 1.^a \end{matrix}} \begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x + 2z = 8 \\ 2x = 2 \end{cases} \xrightarrow{\begin{matrix} x + y + z = 2 \\ x + z = 4 \\ x = 1 \end{matrix}}$$

$$\left. \begin{array}{l} x = 1 \\ z = 4 - x = 3 \\ y = 2 - x - z = 2 - 1 - 3 = -2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x = 1 \\ y = -2 \\ z = 3 \end{array}$$

$$b) \begin{cases} 2x + 3y = 14 \\ x - 2y + z = -3 \\ 2x - y - z = 9 \end{cases} \xrightarrow{\begin{matrix} 1.^a \\ 2.^a \\ 3.^a + 2.^a \end{matrix}} \begin{cases} 2x + 3y = 14 \\ x - 2y + z = -3 \\ 3x - 3y = 6 \end{cases} \xrightarrow{\begin{matrix} 1.^a \\ 2.^a \\ 3.^a + 1.^a \end{matrix}} \begin{cases} 2x + 3y = 14 \\ x - 2y + z = -3 \\ 5x = 20 \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} x = \frac{20}{5} = 4 \\ y = \frac{14 - 2x}{3} = 2 \\ z = -3 - x + 2y = -3 - 4 + 4 = -3 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x = 4 \\ y = 2 \\ z = -3 \end{array}$$